

**Утверждена Советом
механико-математического факультета
МГУ**

_____ 2014 г.

**Председатель Совета,
профессор**

_____ В.Н. Чубариков

**Представлена кафедрой
теории упругости**

»15» октября 2014 г.

**Зав. кафедрой теории упругости,
профессор**

_____ И.А. Кийко

ПРОГРАММА
экзамена спецкурса по смежной специальности
«Пластичность. Основы общей математической теории.
Пластичность при простых нагружениях»

Авторы проекта _____ **профессор Г.Л.Бровко**

_____ **профессор Р.А.Васин**

Раздел 1. Основы общей математической теории

1. Процессы деформации и нагружения (процесс и реакция), определяющие соотношения деформируемых тел. Гипотеза макрофизической определенности, М-опыты. Постулат макроскопической определенности Ильюшина.
2. Общий постулат изотропии. Представление изотропных скалярнозначных и тензорнозначных функций и отображений (функционалов, операторов) от симметричного тензорного аргумента.
3. Пятимерное пространство изображений, канонический тензорный базис Ильюшина. Векторы и траектории деформации и нагружения. Ортогональные преобразования пространства изображений, представление по Картану. Понятие образа процесса.
4. Постулат изотропии Ильюшина. Изотропные скалярнозначные и векторнозначные функции и отображения векторного аргумента. Собственные базисы траектории деформации, собственный репер Френе. Разложение вектора нагружения в собственном базисе траектории деформации, эквивалентная формулировка постулата изотропии (зависимость компонент вектора нагружения, а также среднего напряжения от траектории деформации лишь через характеристики ее внутренней геометрии), формулировка для склерономных материалов.
5. Связь изотропии по Ильюшину и общей изотропии. Теорема о размерности образа процесса. Физические процессы и физические векторы. Теорема об изоморфизме свойств изотропии по Ильюшину в пространствах различных физических векторов.
6. Экспериментальное подтверждение постулата изотропии в опытах с тонкостенными трубчатыми образцами. Испытательные машины сложного нагружения (СН) с кинематическим, силовым и смешанным контролем. Трехпараметрические процессы сложного нагружения, их изображение в пятимерном пространстве (примеры).
7. Свойство запаздывания и принцип запаздывания. Следствия для отрезков пятимерных траекторий пониженной размерности и для траекторий малой кривизны. Общие совместные следствия постулата изотропии и принципа запаздывания для частных классов процессов: простых процессов (активных и переменного нагружения), процессов малой кривизны, средней кривизны, процессов с точкой излома, двухзвенных процессов. Физическая достоверность определяющих соотношений, экспериментальное подтверждение.
8. Общие дополнительные гипотезы о закономерностях сложного упругопластического нагружения: гипотеза локальной определенности, гипотеза компланарности. Локальная теория упругопластических процессов Ленского.

9. Модели пластического течения: основные понятия и положения (аксиомы). Общая структура определяющих соотношений.
10. Поверхности текучести в пространствах деформаций и напряжений, линейность их связи. Свойства начальных и мгновенных поверхностей текучести. Поверхности (условия) текучести Треска и Мизеса, их изображение в пространстве главных напряжений и в пятимерном пространстве напряжений.
11. Постулат пластичности. Выпуклость поверхности текучести и закон градиентальности. Случаи отсутствия деформационной анизотропии, отсутствия анизотропии и объемной пластичности. Постулат Дракера как специальное предположение в рамках постулата пластичности.

Раздел 2. Пластичность при простых нагружениях

1. Соотношения теории малых упругопластических деформаций, учет несжимаемости. Начально- и инфинитезимально-упругие тела. Функция упрочнения и функция Ильюшина. Условия Ильюшина (слабое, строгое и сильное): неразупрочняющиеся, строго и сильно упрочняющиеся материалы. Примеры законов упрочнения (линейное и степенное упрочнение). Соотношения при упругой разгрузке. Учет несжимаемости. Теорема об изоморфизме простейших теорий пластичности и теории малых упругопластических деформаций в случае простой (активной) деформации.
2. Краевые задачи теории малых упругопластических деформаций (квазистатика). Теорема о простом нагружении. Теорема о разгрузке. Постановки задач для отдельных моментов процесса, задач статики упругопластических тел, физическая достоверность.
3. Метод упругих решений Ильюшина. Модификации метода: метод переменных параметров упругости, метод приведенного модуля сдвига, метод однородных линейных приближений в задачах для неоднородных упругопластических тел, в несвязанных задачах пластичности с учетом воздействия полей немеханической природы (терморadiационных, химических и др.).
4. Понятие обобщенных решений краевых задач. Схема построения обобщенной постановки краевой задачи теории малых упругопластических деформаций в виде операторного уравнения в “энергетическом” гильбертовом пространстве (функций Соболева).
5. Упругопластические свойства материала и математические свойства основного оператора краевой задачи, условия Ильюшина и монотонность оператора. О существовании обобщенного решения краевой задачи и сходимости метода упругих решений при выполнении сильных условий Ильюшина.

Литература

1. Ильюшин А.А. Пластичность. Ч.1. Упругопластические деформации. М.-Л.: ГИТТЛ, 1948.
2. Ильюшин А.А. Пластичность. Основы общей математической теории. М.: Изд-во АН СССР, 1963.
3. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1990.
4. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.: Гостехиздат, 1956. Переизд.: М.: Наука, 1969.
5. Ключников В.Д. Математическая теория пластичности. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1979.
6. Ленский В.С. Введение в теорию пластичности. М.: Изд-во Моск. ун-та. Вып. 1. 1967. Вып. 2. 1968.
7. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.: Наука, 1979.
8. Хилл Р. Математическая теория пластичности. М.: Гостехиздат, 1956.

Дополнительная литература

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука, 1972.
2. Михлин С.Г. Проблема минимума квадратичного функционала. М.-Л.: Гостехиздат, 1952.
3. Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. Л.: Изд-во ЛГУ, 1950. Переизд.: М.: 1962; М.: 1988.
4. Шварц Л. Математические методы для физических наук. М.: Мир, 1965.
5. Мосолов П.П., Мясников В.П. Механика жесткопластических сред. М.: Наука, 1981.
6. Дьяконов Е.Г. Энергетические пространства и их применения. М.: Изд. отдел ф-та ВМК МГУ, 2001.