**Программа утверждена на заседании кафедры теории упругости**

**Протокол № 4 от 14 октября 2015 г.**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

1. Код и наименование дисциплины (модуля) Численные методы в теории упругости и пластичности

2. Уровень высшего образования – подготовка научно-педагогических кадров в аспирантуре.

3. Направление подготовки: 01.06.01 — «Математика и механика».

Направленность программы:

специальность 01.02.04 — «Механика деформируемого твердого тела»

4. Место дисциплины (модуля) в структуре ООП: вариативная часть ООП.

Тип дисциплины (модуля) по характеру ее освоения:

электив на любом периоде обучения

5. Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями выпускников)

|  |  |
| --- | --- |
| **Формируемые компетенции**  ***(код компетенции)*** | **Планируемые результаты обучения по дисциплине (модулю)** |
| *УК-1* | З1 (УК-1) Знать методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях  У1 (УК-1) Уметь анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов |
| *ОПК-1* | З1 (ОПК-1) Знать основные понятия, результаты и задачи фундаментальной математики и механики.  У1 (ОПК-1) Уметь применять основные математические методы и алгоритмы для решения стандартных задач математики.  В1 (ОПК-1) Владеть методами математического моделирования. |
| *ПК-9* | З (ПК-9)-1 Знать основные понятия, подходы, основные модели и уравнения механики сплошных сред и тел, находящихся в условиях физико-механических воздействий  У (ПК-9)-1 Уметь использовать методы фундаментальной и вычислительной математики, физики при анализе задач механики деформируемого твердого тела |

6. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества академических или астрономических часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся:

Объем дисциплины (модуля) составляет 2 зачетных единицы, всего 72 часа, из которых 36 часов составляет контактная работа аспиранта с преподавателем (30 часов занятия лекционного типа, 0 часов занятия семинарского типа (семинары, научно-практические занятия, лабораторные работы и т.п.), 2 часа групповые консультации, 2 часа индивидуальные консультации, 0 часов мероприятия текущего контроля успеваемости, 2 часа мероприятия промежуточной аттестации), 36 часов составляет самостоятельная работа аспиранта.

7. Входные требования для освоения дисциплины (модуля), предварительные условия:

Знание основ механики сплошной среды, механики деформируемого твердого тела.

8. Формат обучения: аудиторные занятия.

9. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических или астрономических часов и виды учебных занятий

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **Наименование и краткое содержание разделов и тем дисциплины (модуля), форма промежуточной аттестации по дисциплине (модулю)** | **Всего**  **(часы**) | В том числе | | | | | | | | |
| **Контактная работа (работа во взаимодействии с преподавателем), часы**  из них | | | | | | **Самостоятельная работа обучающегося, часы**  из них | | |
| Занятия лекционного типа | Занятия семинарского типа | Групповые консультации | Индивидуальные консультации | Учебные занятия, направленные на проведение текущего контроля успеваемости коллоквиумы, практические контрольные занятия и др. | **Всего** | Выполне-ние домашних заданий | Подготовка рефератови т.п.. | **Всего** |
| 1. Вариационные методы. Вариационные принципы МДТТ: принцип Лагранжа, принцип Кастильяно, принцип Рейсснера. Метод Ритца, метод Филоненко-Бородича, метод Галеркина-Петрова (метод взвешенных невязок), метод Бубнова-Галеркина, метод наискорейшего спуска. Разностные методы. Аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема Лакса. Спектральный признак сходимости. Вариационно-разностный метод. 4 час.  2. Метод конечного элемента (МКЭ). Общая схема МКЭ. Формулировки МКЭ: вариационная (метод перемещений), метод взвешенных невязок, метод Галеркина, метод коллокаций, метод наименьших квадратов. Разбиение области на элементы. Типы конечных элементов, их свойства. Эрмитовы элементы. Конденсация. Функции формы элемента. Некоторые семейства этих функций. Преобразование из локальных координат в глобальные. Построение локальных и глобальной матрицы жесткости. Криволинейные изопараметрические элементы и численное интегрирование. Квадратуры Гаусса. Вычисление результантов элемента. Сходимость МКЭ. 12 час.  3. Методы решения систем линейных уравнений. Прямые методы: метод Гаусса, разложение Холецкого, метод тройной факторизации, метод быстрого преобразования Фурье. Итерационные методы: метод Якоби, метод Гаусса-Зейделя, метод последовательной верхней релаксации, метод наискорейшего спуска, метод сопряженных градиентов. Оптимальное полиномиальное (чебышевское) ускорение. Полиномы Чебышева.10 час.  4. Физически нелинейные задачи. Пластичность. Метод переменной жесткости, метод начальных деформаций. Метод упругих решений. 4 час. | 72 | 30 | 0 | 2 | 2 | 0 | 34 | 0 | 0 | 36 |
| Промежуточная аттестация: экзамен | ХХХ | Х | 2 | | | | | ХХ | | |
| **Итого** | 72 | 30 | 0 | 2 | 2 | 2 | 36 | 0 | 0 | 36 |

10. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы аспирантов по дисциплине (модулю):

Научная библиотека МГУ им. А.М.Горького

Электронная библиотека попечительского совета механико-математического факультета МГУ (lib.mexmat.ru)

11. Фонд оценочных средств для промежуточной аттестации по дисциплине (модулю).

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| **РЕЗУЛЬТАТ ОБУЧЕНИЯ**  **по дисциплине (модулю)** | **КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ РЕЗУЛЬТАТА ОБУЧЕНИЯ**  **по дисциплине (модулю) и**  **ШКАЛА оценивания** | | | | | **ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ** |
|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 |  |
| З1 (УК-1) Знать методы критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методы генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе в междисциплинарных областях | Отсутствие знаний | Фрагментарные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач | Общие, но не структурированные знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы знания основных методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных | Сформированные систематические знания методов критического анализа и оценки современных научных достижений, а также методов генерирования новых идей при решении исследовательских и практических задач, в том числе междисциплинарных | Индивидуальное собеседование |
| У1 (УК-1) Уметь анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов | Отсутствие умений | Частично освоенное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов | В целом успешно, но не систематически осуществляемые анализ альтернативных вариантов решения исследовательских и практических задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов | В целом успешно, но содержащие отдельные пробелы анализ альтернативных вариантов решения исследовательских задач и оценка потенциальных выигрышей/проигрышей реализации этих вариантов | Сформированное умение анализировать альтернативные варианты решения исследовательских и практических задач и оценивать потенциальные выигрыши/проигрыши реализации этих вариантов | Практические контрольные задания |
| *З1 (ОПК1)* | Отсутствие знаний | Фрагментарные представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Неполные представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Сформированные систематические представления о результатах, проблемах, методах научных исследований в области математики и смежных областях | Индивидуальное собеседование |
| *У1 (ОПК1)* | Отсутствие умений | Фрагментарное умение разработки и применения методов и алгоритмов научных исследований | В целом успешное, но не систематическое умение разработки и применения методов и алгоритмов научных исследований | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение разработки и применения методов и алгоритмов научных исследований | Сформированное умение разработки и применения методов и алгоритмов научных исследований | Практические контрольные задания |
| З (ПК-9)- Знать основные понятия, подходы, основные модели и уравнения механики сплошных сред и тел, находящихся в условиях физико-механических воздействий | Отсутствие знаний | Фрагментарные представления об основных и специальных разделах механики деформируемого твердого тела, методах исследования механических систем, современных тенденциях в механике | Неполные представления об основных и специальных разделах механики деформируемого твердого тела, методах исследования механических систем, современных тенденциях в механике | Сформированные, но содержащие отдельные пробелы представления об основных и специальных разделах механики деформируемого твердого тела, методах исследования механических систем, современных тенденциях в механике | Сформированные систематические представления об основных и специальных разделах механики деформируемого твердого тела, методах исследования механических систем, современных тенденциях в разработке моделей механики | Индивидуальное собеседование |
| У (ПК-9)-1 Уметь использовать методы фундаментальной и вычислительной математики, физики при анализе задач механики деформируемого твердого тела | Отсутствие умений | Фрагментарное умение физически корректно ставить задачи механики деформируемого твердого тела, выбирать методы их анализа и решения, представлять и интерпретировать полученные результаты, давать качественные заключения о поведении сложных механических систем, анализировать протекающие процессы | В целом успешное, но не систематическое умение физически корректно ставить задачи механики деформируемого твердого тела, выбирать методы их анализа и решения, представлять и интерпретировать полученные результаты, давать качественные заключения о поведении сложных механических систем, анализировать протекающие процессы | В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы умение физически корректно ставить задачи механики деформируемого твердого тела, выбирать методы их анализа и решения, представлять и интерпретировать полученные результаты, давать качественные заключения о поведении сложных механических систем, анализировать протекающие процессы | Сформированное умение физически корректно ставить задачи механики деформируемого твердого тела, выбирать методы их анализа и решения, представлять и интерпретировать полученные результаты, давать качественные заключения о поведении сложных механических систем, анализировать протекающие процессы | Практические контрольные задания |

* Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов обучения, характеризующих этапы формирования компетенций:

Сформулировать вариационную постановку краевой задачи теории упругости

Указать численные методы решения полученной краевой задачи

Проиллюстрировать предложенные методы решения на конкретной задаче кручения упругого цилиндрического стержня

**Другие примеры контрольных заданий.**

1. Для одномерного уравнения диффузии построить разностную схему, найти порядок аппроксимации и условия сходимости.

2. Для одномерного уравнения теплопроводности построить разностную схему, найти порядок аппроксимации и условия сходимости.

3. Для одномерного волнового уравнения построить разностную схему, найти порядок аппроксимации и условия сходимости.

4. Для двумерного бигармонического оператора построить разностную схему, найти порядок аппроксимации.

5. Для одномерного уравнения Пуассона найти матрицу жесткости, соответствующую одномерному элементу Эрмита третьего порядка.

6. Для задачи о плоском течении линейно вязкой несжимаемой жидкости найти общий вид матрицы жесткости.

7. Найти минимальную степень треугольного конечного элемента Лагранжа, позволяющего найти точное решение задачи о кручении упругого стержня с сечением в виде равностороннего треугольника.

8. Найти абсциссы и весовые коэффициенты одномерной квадратуры Гаусса, позволяющей проинтегрировать полином седьмой степени.

9. Найти абсциссы и весовые коэффициенты одномерной квадратуры Гаусса, позволяющей проинтегрировать полином девятой степени.

* Методические материалы, определяющие процедуры оценивания результатов обучения:

Вопросы к экзамену:

1. Вариационный принцип Лагранжа.

2. Вариационный принцип Кастильяно.

3. Метод Ритца.

4. Разностные методы. Теорема Лакса. Спектральный признак сходимости.

5. Вариационно-разностные методы.

6. Общая схема метода конечных элементов (МКЭ).

7. Вариационная формулировка МКЭ (метод перемещений).

8. Метод взвешенных невязок. Метод Галеркина.

9. Типы конечных элементов, их свойства.

10. Функции формы элемента. Некоторые семейства этих функций.

11. Преобразование из локальных координат в глобальные.

12. Построение локальных и глобальной матрицы жесткости.

13. Криволинейные изопараметрические элементы.

14. Численное интегрирование. Квадратуры Гаусса.

15. Прямые методы решения линейных систем: метод Гаусса, метод тройной факторизации, разложение Холецкого.

16. Итерационные методы: Якоби, Гаусса-Зейделя, последовательной верхней релаксации.

17. Итерационные методы: наискорейшего спуска, сопряженных градиентов.

18. Оптимальное полиномиальное (чебышевское) ускорение. Полиномы Чебышева.

19. Физически нелинейные задачи. Пластичность.

20. Метод переменной жесткости, метод начальных деформаций. Метод упругих решений.

Экзаменационный билет содержит теоретический вопрос (А) и контрольное задание (Б). Напрмиер:

Билет 1.

А. Вариационный принцип Лагранжа.

Б. Построить лагранжиан смешанной краевой задачи для уравнения Пуассона.

—

12. Ресурсное обеспечение:

* Перечень основной и дополнительной учебной литературы:
  + Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы, 1987.
  + Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. М., Мир, 1987.
  + Дьяченко В.Ф. Основные понятия вычислительной математики. М., Наука, 1972.
  + Зенкевич О. Метод конечных элементов в технике, 1975.
  + Ильюшин А.А. Пластичность, 1948.
  + Марчук Г.И. Методы вычислительной математики, 1989.
  + Михлин М. Вариационные методы в математической физике. М., Наука, 1970.
  + Норри Д., Ж.де Фриз Введение в метод конечных элементов, 1981.
  + Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности, 1981.
  + Сегерлинд С. Применение метода конечных элементов, 1979.
  + Хейгеман Л., Янг Д. Прикладные итерационные методы, 1986.
* Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»:

Электронная библиотека попечительского совета механико-математического факультета МГУ (lib.mexmat.ru)

* Перечень используемых информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса, включая программное обеспечение, информационные справочные системы (при необходимости):

Мультимедийные средства представления информации (мультимедиа-проектор)

* Описание материально-технической базы:
* Мультимедийные средства представления информации (персональный компьютер, мультимедиа-проектор)
* Традиционные средства представления информации (доска меловая; доска пластиковая)

13. Язык преподавания.

Русский

14. Преподаватель

Муравлёв А.В., доцент, к.ф.-м.н.

Заведующий кафедрой теории упругости

механико-математического факультета МГУ

д.ф.-м.н., профессор РАН Д.В. Георгиевский